Cuarto Año A Matemática

Hola alumnos aca les envío explicación y ejercicios del tema que habíamos comenzado en la escuela, si tienen dudas me preguntan les dejo mi mail, resserpatricia@gmail.com o por Messenger patricia Resser esta mi foto, aunque no sean amigos me pueden mandar mensaje, nos encontramos pronto.

También pueden buscar el tema en libros de matemática de cuarto año o en internet, el tema se llama Números Complejos

El conjunto de los Números Complejos.

La radicación de base negativa e índice par no tiene solución en el conjunto de los números reales $\left(\sqrt[2]{-9};\ \sqrt[4]{-81};\ \sqrt[2]{-36}\right)$, ya que no existe ningún número real que elevado a una potencia par de por resultado un número negativo.

Por lo que se define un nuevo número, llamado i, cuyo cuadrado es igual a -1. Es decir:

$$\boldsymbol{i^2 = -1 \Rightarrow i = \sqrt[2]{-1}}$$

Dicho número i es la unidad imaginaria en el conjunto de los $\boldsymbol{Números\ Complejos}\ \mathbb{C}$

Estos son expresiones de la fórmula $(a + bi)$ donde a y b son números reales. El número a se llama parte o componente real y bi es la parte o componente imaginaria. Por ejemplo: $3 + 4i$.

Los Complejos que tienen la parte imaginaria nula se reducen a un número real. Por ejemplo:

$\frac{1}{2} + 0i = \frac{1}{2}$

Si a es igual a cero el número complejo se transforma en un imaginario puro. Por ejemplo: $0 + 4i = 4i$

Si a y b son igual a cero entonces se escribe un cero.

Operaciones con Números Complejos

Suma y resta de Números Complejos

Para sumar dos números Complejos se suma las partes reales por un lado y las imaginarias por el otro. Por ejemplo:

$$\left(3 + \frac{1}{2}i\right) + \left(4 - \frac{5}{2}i\right) = (3 + 4) + \left(\frac{1}{2}i - \frac{5}{2}i\right) = 7 - 2i$$

$$\left(5 - \frac{1}{2}i\right) - \left(4 - \frac{3}{4}i\right) = (5 - 4) + \left(-\frac{1}{2}i - \left(-\frac{3}{4}i\right)\right) = 1 + \frac{1}{4}i$$

Multiplicación de Números Complejos

Para multiplicar números Complejos se aplica la propiedad distributiva como si se tratara de números reales o expresiones algebraicas, debe tenerse en cuenta que $\boldsymbol{i^2 = -1}$ Ejemplo:

$$\left(3+\frac{1}{2}i\right)\cdot\left(4-\frac{5}{2}i\right)=3\cdot 4-3\cdot\frac{5}{2}i+\frac{1}{2}i\cdot 4-\frac{1}{2}i\cdot\frac{5}{2}i$$

$$=12-\frac{11}{2}i-\frac{5}{4}\cdot(-1)$$

$$=12-\frac{11}{2}i+\frac{5}{4}$$

$$=\frac{53}{4}-\frac{11}{2}i$$

División de Números Complejos

Para dividir números Complejos por otro número Complejo, se multiplica el numerador y el denominador por el complejo conjugado del denominador. Ejemplo:

$$\frac{-5+3i}{2-3i}=\frac{(-5+3i)}{(2-3i)}\cdot\frac{(2+3i)}{(2+3i)}$$

$$=\frac{-10-15i+6i+9i^2}{2^2-(3i)^2}$$

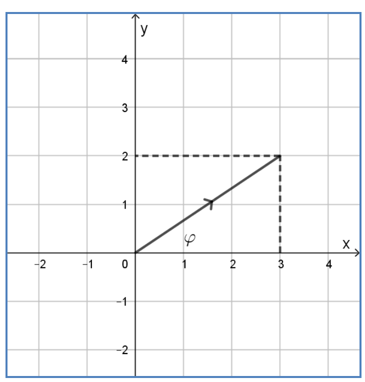
$$=\frac{-10-9i-9}{4-9i^2}$$

$$=\frac{-19-9i}{4+9}$$

$$=-\frac{19}{13}-\frac{9i}{13}$$

Representación de un Números Complejos

En el eje de las abscisas se representa el componente real y en el eje de las ordenadas la parte imaginaria. Ejemplo: $3+2i$



Módulo y argumento

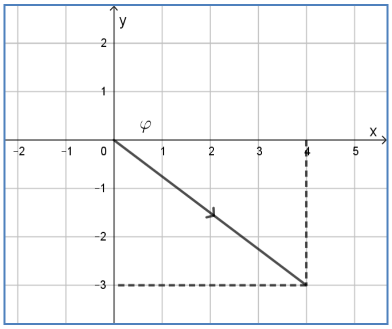
El módulo de un número complejo $Z=a+bi$ es la longitud del vector posición.

El módulo se designa entre barras y se calcula por el teorema de Pitágoras. $|Z|=\sqrt[2]{a^2+bi^2}$

El argumento φ de un número complejo $Z=a+bi$ es el ángulo que forma el eje positivo x con el vector posición de Z. $\varphi=\tan^{-1}\frac{b}{a}$

Ejemplo: Calcular el módulo y el argumento de $Z = 4 - 3i$

Representación:



Módulo:

$$|Z| = \sqrt[2]{a^2 + b^2}$$

$$|Z| = \sqrt[2]{4^2 + (-3)^2}$$

$$|Z| = \sqrt[2]{16 + 9}$$

$$|Z| = \sqrt[2]{25}$$

$$|Z| = 5$$

Argumento:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{3}{4}$$

$$\varphi = -36^\circ\, 52'\, 12''$$

$$\varphi = 360^\circ - 36^\circ\, 52'\, 12''$$

$$\varphi = 323^\circ\, 7'\, 49''$$

$$5_{323^\circ\, 7'\, 49''}$$

Números Complejos Prof Patricia Resser

Resuelve:

1) $(2+3i)+(-5+6i)=$

2) $(-2+5i)-(-4+3i)=$

3) $(1+3i)(2-4i)=$

4) $\dfrac{1+3i}{2-i}=$

5) $(2+5i)-(3-4i)=$

6) $(-2+9i)+(-1-6i)=$

7) $(4+6i)-(2+3i)=$

8) $\dfrac{2+4i}{3-2i}=$

9) $(2+6i)(-3-2i)=$

10) $i^{201}=$

11) $i^{81}=$

12) $i^{15}=$